# MARINHA DO BRASIL

# DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

***(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO NAVAL / PSACN-2010)***

**NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA**

## MATEMÁTICA

1) Seja ABC um triângulo com lados AB = 15, AC = 12 e BC = 18. Seja P um ponto sobre o lado AC, tal que PC=3AP. Tomando Q sobre BC, entre B e C, tal que a área do quadrilátero APQB seja igual a área do triângulo PQC, qual será o valor de BQ?

(A) 3,5
(B) 5
(C) 6
(D) 8
(E) 8,5

2) Sejam $p(x) = 2x^{2010} - 5x^2 - 13x+7$ e $q(x) = x^2+x+1$. Tomando r(x) como sendo o resto na divisão de p(x) por q(x), o valor de r(2) será

(A) -8
(B) -6
(C) -4
(D) -3
(E) -2

3) Tem-se o quadrado de vértices ABCD com lados medindo 'k'cm. Sobre AB marca-se M, de modo que $AM = \frac{BM}{3}$. Sendo N o simétrico de B em relação ao lado CD, verifica-se que MN corta a diagonal AC em P. Em relação à área ABCD, a área do triângulo PBC equivale a:

(A) 18%
(B) 24%
(C) 27%
(D) 30%
(E) 36%

4) No conjunto dos inteiros positivos sabe-se que 'a' é primo com 'b' quando mdc(a,b)=1.
Em relação a este conjunto, analise as afirmativas a seguir.

I - A fatoração em números primos é única.
II - Existem 8 números primos com 24 e menores que 24.
III- Se $(a+b)^2=(a+c)^2$ então $b=c$
IV - Se $a < b$, então $a.c < b.c$

Quantas das afirmativas acima são verdadeiras?

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

5) Estudando os quadrados dos números naturais, um aluno conseguiu determinar corretamente o número de soluções inteiras e positivas da equação $5x^2 + 11y^2 = 876543$. Qual foi o número de soluções que este aluno obteve?

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

6) ABCD é um quadrado de lado L. Sejam K a semicircunferência, traçada internamente ao quadrado, com diâmetro CD, e T a semicircunferência tangente ao lado AB em A e tangente à K. Nessas condições, o raio da semicircunferência T será

(A) $\frac{5L}{6}$

(B) $\frac{4L}{5}$

(C) $\frac{2L}{3}$

(D) $\frac{3L}{5}$

(E) $\frac{L}{3}$

7) Considere o conjunto de todos os triângulos retângulos. Sendo 'h' a altura relativa à hipotenusa, quantos elementos, nesse conjunto, tem altura igual a $\frac{\sqrt{15}}{4}h^2$ ?

(A) Infinitos.
(B) Mais de dezesseis e menos de trinta.
(C) Mais de quatro e menos de quinze.
(D) Apenas um.
(E) Nenhum.

8) Seja 'x' um número real. Define-se $\lfloor x \rfloor$ como sendo o maior inteiro menor do que 'x', ou igual a 'x'. Por exemplo, $\lfloor 2,7 \rfloor$; $\lfloor -3,6 \rfloor$; $\lfloor 5 \rfloor$ são, respectivamente, igual a 2; − 4 e 5. A solução da igualdade $\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor = 6$ é o intervalo $[a; b)$. O valor de a + b é

(A) $\frac{15}{4}$

(B) $\frac{9}{2}$

(C) $\frac{11}{2}$

(D) $\frac{13}{3}$

(E) $\frac{17}{5}$

9) ABC é um triângulo equilátero. Seja P um ponto do plano de ABC e exterior ao triângulo de tal forma que PB intersecta AC em Q (Q está entre A e C) . Sabendo que o ângulo APB é igual a $60^0$, que PA = 6 e PC = 8, a medida de PQ será

(A) $\frac{24}{7}$

(B) $\frac{23}{5}$

(C) $\frac{19}{6}$

(D) $\frac{33}{14}$

(E) $\frac{11}{4}$

10) A diferença entre um desconto de 50% e dois descontos sucessivos de 30% e 20% sobre o valor de R$ 40.000 é um valor inteiro:

(A) múltiplo de 7.
(B) múltiplo de 9.
(C) múltiplo de 12.
(D) ímpar.
(E) zero, pois os descontos são iguais.

11) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A = \{1, \{1,2\},\{3\}\}$, $B = \{1, \{2\},3\}$ e $C = \{\{1\},2,3\}$. Sendo X a união dos conjuntos (A-C) e (A-B), qual será o total de elementos de X?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

12) No conjunto dos números reais, o conjunto solução da equação $\sqrt[4]{(2x+1)^4} = 3x + 2$

(A) é vazio.
(B) é unitário.
(C) possui dois elementos.
(D) possui três elementos.
(E) possui quatro elementos.

13) Sabe-se que $p(x) = acx^4+b(a+c)x^3+(a^2+b^2+c^2)x^2+b(a+c)x+ac$ é um produto de dois polinômios do $2^{\underline{0}}$ grau e que os números a, b, c são reais não nulos com $(b^2 - 4ac)$ positivo. Nessas condições, é correto afirmar que

(A) há apenas um valor de x tal que $p(x)=0$
(B) há apenas dois valores de x tais que $p(x)=0$
(C) há apenas três valores de x tais que $p(x)=0$
(D) há quatro valores de x tais que $p(x)=0$
(E) não há valores de x tais que $p(x)=0$

14) Em um triângulo acutângulo não equilátero, os três pontos notáveis (ortocentro, circuncentro e baricentro) estão alinhados. Dado que a distância entre o ortocentro e o circuncentro é 'k', pode-se concluir que a distância entre o circuncentro e o baricentro será

(A) $\frac{5k}{2}$

(B) $\frac{4k}{3}$

(C) $\frac{4k}{5}$

(D) $\frac{k}{2}$

(E) $\frac{k}{3}$

15) Dois números reais não simétricos são tais que a soma de seus quadrados é 10 e o quadrado de seu produto é 18. De acordo com essas informações, a única opção que contém pelo menos um desses dois números é:

(A) $\{x \in \Re \mid -1 \leq x \leq 1\}$

(B) $\{x \in \Re \mid 1 \leq x \leq 3\}$

(C) $\{x \in \Re \mid 3 \leq x \leq 5\}$

(D) $\{x \in \Re \mid 5 \leq x \leq 7\}$

(E) $\{x \in \Re \mid 7 \leq x \leq 9\}$

16) No sistema $\begin{cases} 3x - y.\sqrt{3} = 0 \\ x^2 .\ y^{-2} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$, a quantidade de soluções inteiras para 'x' e 'y' é:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) infinita.

17) No conjunto dos números reais, qual será o conjunto solução da inequação $\dfrac{88}{\sqrt{121}} - \dfrac{1}{x} \leq 0{,}25^{\frac{1}{2}}$ ?

(A) $\left\{x \in \Re \;/\; \dfrac{2}{15} < x < \dfrac{15}{2}\right\}$

(B) $\left\{x \in \Re \;/\; 0 < x \leq \dfrac{2}{15}\right\}$

(C) $\left\{x \in \Re \;/ -\dfrac{2}{15} < x < 0\right\}$

(D) $\left\{x \in \Re \;/ -\dfrac{15}{2} \leq x < -\dfrac{2}{15}\right\}$

(E) $\left\{x \in \Re \;/\; x < -\dfrac{15}{2}\right\}$

18) Considere o sistema abaixo nas variáveis reais x e y, sendo a e b reais.

$$\begin{cases} 375y^2x - 125y^3 - 375yx^2 + 125x^3 = 125b \\ y^2 + x^2 + 2yx = a^2 \end{cases}$$

Nessas condições, qual será o valor de $(x^2-y^2)^6$?

(A) $a^3b^6$
(B) $a^8b^6$
(C) $a^6b^2$
(D) $a^3b^6$
(E) $a^4b^6$

19) Sejam p e q números reais positivos tais que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{\sqrt{2010}}$.
Qual o valor mínimo do produto pq?

(A) 8040
(B) 4020
(C) 2010
(D) 1005
(E) 105

20) No conjunto 'R' dos números reais, qual será o conjunto solução da equação $\frac{\sqrt{3}}{x^2 - 1} = \frac{\sqrt{3}}{2x - 2} - \frac{\sqrt{3}}{2x + 2}$ ?

(A) R
(B) R − (-1;1)
(C) R − [-1;1]
(D) R − {-1;+1}
(E) R − [-1;1)