Colégio Naval
Matemática - 2003

01. Justapondo-se os números naturais conforme a representação abaixo, onde o sinal * indica o último algarismo, forma-se um número de 1002 algarismos.
123456789101112131415161718192021..........*
O resto da divisão do número formado por 16 é igual a.
a) 2 c) 6 e) 10
b) 4 d) 8

02. Considere um triângulo equilátero ABC, inscrito em um círculo de raio R. Os pontos M e N são, respectivamente, os pontos médios do arco menor AC e do segmento $\overline{BC}$. Se a reta MN também intercepta a circunferência desse círculo no ponto p, P $\neq$ M, então o segmento $\overline{NP}$ mede.
a) $\frac{R\sqrt{7}}{2}$ d) $\frac{R\sqrt{5}}{7}$
b) $\frac{3R\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{R\sqrt{5}}{3}$
c) $\frac{3R\sqrt{7}}{14}$

03. Considere um triângulo retângulo e uma circunferência que passa pelos pontos médios dos seus três lados. Se x, y e z, (x < y < z) são as medidas dos arcos dessa circunferência, em graus, exteriores ao triângulo, então.
a) z = 360° - y
b) z = x + y
c) x + y + z = 180°
d) x + y = 108°
e) z = 2x + y

04. Se a e b são dois números reais, denotarmos por min(a, b) o menor dos números a e b, isto é, min(a, b) = $\begin{cases} a, \text{se } a \le b \\ b, \text{se } a \ge b \end{cases}$. O número de soluções inteiras negativas da inequação
min(2x - 7, 8 - 3x) > -3x + 3 é igual a.
a) 0 c) 2 e) 4
b) 1 d) 3

05. Se a, b e c são algarismos distintos, no sistema de numeração decimal existe um único número de dois algarismos (ab) tal que $(ab)^2 - (ba)^2 = (cc)^2$. O valor de (a + b + c) é igual a:
a) 11 c) 13 e) 15
b) 12 d) 14

06. Em um trapézio, cujas bases medem a e b, os pontos M e N pertencem aos lados não-paralelos. Se $\overline{MN}$ divide esse trapézio em dois outros trapézios equivalentes, então a medida do segmento $\overline{MN}$ corresponde a.
a) Média aritmética de a e b.
b) Média geométrica das bases.
c) Raiz quadrada da média aritmética de a^2 e b^2.
d) Raiz quadrada da média harmônica de a^2 e b^2.
e) Média harmônica de a e b.

07. João vendeu dois carros de modelos SL e SR, sendo o preço de custo do primeiro 20% mais caro que o do segundo. Em cada carro teve um lucro de 20% sobre os seus respectivos preços de venda. Se o total dessa venda foi R$ 88 000,00, o preço de custo do segundo modelo era, em reais, igual a.
a) 30 000,00 d) 35 000,00
b) 32 000,00 e) 36 000,00
c) 34 000,00

08.Se x e y são números inteiros e positivos, representa-se o máximo divisor comum de x e y por mdc (x, y); assim, o número de pares ordenados (x, y) que são soluções do sistema $\begin{cases} x + y = 810 \\ \text{mdc}(x, y) = 45 \end{cases}$ é igual a.
a) 6 c) 10 e) 18
b) 8 d) 16

09. Se $a = \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ e $b = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$, então a + b é igual a:
a) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{5}$ + 1
b) 4 e) $\sqrt{3}$ + 2
c) $2\sqrt{2}$

10. Se um segmento $\overline{AB}$ tem 2cm de comprimento, então a flecha do arco capaz de 135° desse segmento mede.
a) $\sqrt{2}$ + 1 d) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt{2}$ e) 2 - $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{2}$ - 1

11. Considere a equação $x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0$ com parâmetro m inteiro não nulo. Se essa equação tem duas raízes reais e distintas com o número 4 compreendido entre essas raízes, então o produto de todos os possíveis valores de m é igual a.
a) – 2 c) 2 e) 6
b) – 1 d) 4

12. Se x é um número inteiro tal que $\sqrt{2x^2 + 3x - 5} \le x + 1$, o número de elementos do conjunto solução dessa inequação é igual a.

a) 0 b) 2 e) 4
b) 1 c) 3

13. Considere os triângulos ABC e MNP. Se as medidas dos lados do segundo triângulo são, respectivamente, iguais às medidas das medianas do primeiro, então a razão da área de MNP para a área de ABC é igual a.

a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

14. Se os lados de um triângulo medem, respectivamente 3x, 4x e 5x, em que x é um número inteiro positivo, então a distância entre os centros dos círculos inscrito e circunscrito a esse triângulo corresponde a.

a) $\frac{5x}{4}$ d) $\frac{x\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{(1+\sqrt{2})x}{2}$ e) $\frac{5x}{6}$

c) $x\sqrt{2}$

15. Dois ciclistas, com velocidades constantes, porém diferentes, deslocam-se em uma estrada retilínea que liga os pontos A e B. Partem de A no mesmo instante e quando alcançam B, retornam a A, perfazendo o movimento A-B-A-B¸ uma única vez. Quando o mais veloz alcança o ponto B, pela primeira vez, retorna no sentido de A encontrando o outro a 4 km de B. Quando o mais lento atinge o ponto B, retorna imediatamente e reencontra, no meio do percurso, o outro que está vindo de A. Desprezando-se o tempo gasto em cada mudança no sentido de percurso, a distância entre os pontos A e B, em Km, é igual a.

a) 10 c) 14 d) 18
b) 12 d) 16

16. Um relógio indica dois minutos menos do que a hora certa e adianta t minutos por dia. Se estivesse atrasado três minutos e adiantasse $\left(t+\frac{1}{2}\right)$ minutos por dia, então marcaria a hora certa exatamente um dia antes do que vai marcar. O tempo t, em minutos, que esse relógio adianta por dia está compreendido entre.

a) $\frac{1}{9}$ e $\frac{2}{9}$ d) $\frac{6}{9}$ e $\frac{7}{9}$

b) $\frac{2}{9}$ e $\frac{3}{9}$ e) $\frac{8}{9}$ e $\frac{9}{9}$

c) $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{9}$

17. Observe o quadrado acima em que as letras representam números naturais distintos desde 1 até 9. Se a adição de três números de cada linha, de cada coluna ou de cada diagonal, desse quadrado, tem sempre o mesmo resultado, então a letra e representa o número:

a) 1 c) 3 e) 5
b) 2 d) 4

18. O número de múltiplos de 12 compreendidos entre 357 e 3578 é igual a.

a) 268 c) 270 e) 272
b) 269 d) 271

19. Se o conjunto solução da inequação $3\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-8\left(x+\frac{1}{x}\right)+10\leq 0$ é s, então o número de elementos da interseção do conjunto s com o conjunto dos números inteiros é igual a.

a) 0 c) 2 e) 4
b) 1 d) 3

20. Se 2x + y = 1, com x e y reais, então o maior valor da expressão $x^2 + 3xy + y^2$ é igual a.

a) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{17}{8}$

b) $\frac{7}{4}$ e) $\frac{31}{16}$

c) $\frac{13}{8}$

Gabarito

1. E
2. C
3. B
4. A
5. D
6. C
7. B
8. A
9. D
10. C
11. D
12. C
13. D
14. D
15. D
16. C
17. E
18. B
19. B
20. A