

Colégio Naval
Matemática - 1996

1. Considere as afirmativas sobre um triângulo ABC:

I) os vértices B e C são equidistante da mediana AM, M ponto médio dos segmentos BC.

II) a distância do baricentro G ao vértice B é o dobro da distância de G ao ponto N, médio do segmento AC.

III) o incentro I é equidistante dos lados do triângulo ABC.

IV) o circuncentro S é equidistante dos vértices A, B e C.

O número de alternativas verdadeiras é:

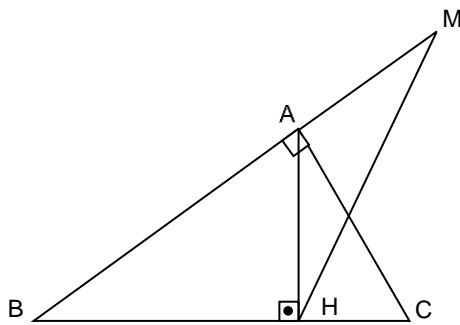
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

2. Sejam C_1 e C_2 dois círculos ortogonais de raios R_1 e R_2 . A distância entre os centros é π . A soma das áreas dos círculos é igual a:

- (A) $\frac{3\pi^2}{2}$ (B) $\frac{\pi^2}{4}$ (C) π^2 (D) π^3 (E) $\frac{5\pi^2}{4}$

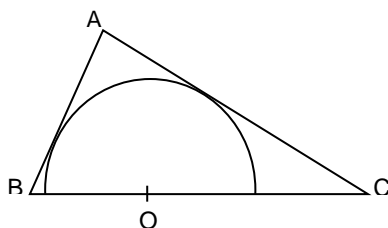
3. No triângulo ABC, retângulo em A, da figura, $AB = c$, $AC = b$, $AM = 2$ e AH é a altura relativa ao lado BC. Qual é a área do triângulo AHM?

- (A) $\frac{bc}{b^2 + c^2}$
 (B) $\frac{b^2c^2}{b^2 + c^2}$
 (C) $\frac{bc^2}{b^2 + c^2}$
 (D) $\frac{b^2c^2}{\sqrt{b^2 + c^2}}$
 (E) $\frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$



4. Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A, o ponto O é o centro do semi-círculo de raio r , tangente aos lados \overline{AB} e \overline{AC} . Sabendo-se que $\overline{OB} = r\sqrt{3}$, a área do triângulo ABC é dada por:

- (A) $\frac{r^2}{3}(2\sqrt{2} + 4)$;
 (B) $\frac{r^2}{4}(2\sqrt{3} + 4)$;
 (C) $\frac{r^2}{4}(3\sqrt{2} + 2)$;
 (D) $\frac{r^2}{4}(3\sqrt{2} + 4)$;
 (E) $\frac{r^2}{3}(4\sqrt{2} + 4)$.



5. Sejam A, B, C e D números naturais maiores que 1. Para

que a igualdade $\frac{\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{C}{D}}}{\frac{C}{D}} = \frac{B}{A} \frac{\left(\frac{C}{D}\right)}{\left(\frac{C}{D}\right)}$ seja verdadeira.

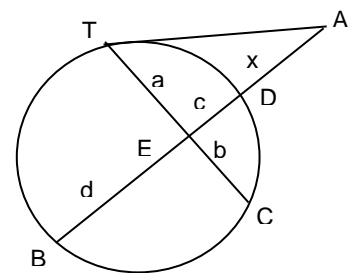
- (A) $A^2 = \frac{B^3C}{D}$ (B) $B^2C = AD$ (C) $A^4 = R^4C^4$
 (D) $\frac{A^2}{D^2} = \frac{B}{C}$ (E) $B^3 = C^2$

6. O quociente da divisão de $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ por $(a + b)[c^2 + c(a + b) + ab]$ é:

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. Na figura, AT é tangente ao círculo, TC e BD são cordas que se interceptam no ponto E. Sabe-se que existe a relação $c^2 + d^2 + 2ad + 4c^2 = 4(c + d)^2$. O valor de x é:

- (A) $\frac{c + d}{2}$
 (B) $\frac{c + d}{3}$
 (C) $\frac{2c + d}{4}$
 (D) $\frac{c + 2d}{8}$
 (E) $\frac{3c + 4d}{6}$



8. Os raios das rodas dos carros A, B e C, inscritos em uma corrida, são respectivamente iguais a x , $2x$ e $3x$. Quantos quilômetros, respectivamente, percorrerão os três carros, se desenvolverem uma velocidade de 80 km/h, durante 4 horas?

- (A) 320, 640 e 960 (B) 240, 640 e 960
 (C) 320, 160 e 320 (D) 320, 320 e 320
 (E) 640, 320 e 160

9. Sejam os triângulos ABC e NPQ, tais que:

- I) $\hat{M}\hat{P}\hat{Q} = \hat{A}\hat{C}\hat{B} = 90^\circ$
 II) $\hat{P}\hat{Q}\hat{M} = 70^\circ$
 III) $\hat{B}\hat{A}\hat{C} = 50^\circ$
 IV) $\overline{AC} = \overline{MP}$.

Se $\overline{PQ} = x$ e $\overline{BC} = y$, então \overline{AB} é igual a:

- (A) $x + y$ (B) $\sqrt{x^2 + y^2}$ (C) $\frac{2xy}{(x + y)^2}$

(D) $\frac{2\sqrt{xy}}{x+y}$ (E) $2x + y$

10. Sobre o número $\frac{1937}{8192}$ podemos afirmar que é:

- (A) uma dízima periódica simples;
 (B) uma dízima periódica composta;
 (C) um decimal exato com 12 casas decimais;
 (D) um decimal exato com 13 casas decimais;
 (E) um decimal exato com 14 casas decimais.

11. Considere a equação dos 2º grau em x tal que $ax^2 + bx + c = 0$, onde a , b e c são números reais com " a " diferente de zero. Sabendo que 2 e 3 são raízes dessa equação, pode-se afirmar que:

- (A) $13a + 5b + 2c = 0$ (B) $9a + 3b - c = 0$
 (C) $4a - 2b + c = 0$ (D) $5a - b = 0$
 (E) $36a + 6b + c = 0$

12. Num depósito, estão guardadas 300 folhas de compensado de espessura 5,0 mm e 1,5 cm, respectivamente, formando uma pilha com 2,35 m de altura. Qual a soma dos algarismos do número que expressa a quantidade de folhas de 5,0 mm?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

13. Sabendo-se que a velocidade para rebobinar uma fita de vídeo é $\frac{52}{3}$ da normal, qual o tempo gasto para rebobinar uma fita de um filme de 156 minutos?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

14. Quantos valores de k e Z existem, tais que, $\frac{113 \cdot k + 7}{k + 1}$

é um número inteiro?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

15. Se K abelhas, trabalhando K meses do ano, durante K dias no mês e durante K horas por dia, produzem K litros de mel; então o número de litros de mel produzidos por W abelhas, trabalhando W horas por dias, em W dias e W meses do ano será:

- (A) $\frac{K^3}{W^2}$ (B) $\frac{W^5}{K^3}$ (C) $\frac{K^4}{W^3}$
 (D) $\frac{W^3}{K^4}$ (E) $\frac{W^4}{K^3}$

16. Sejam ABCDEFGHIJKL os vértices consecutivos de um dodecágono regular inscrito num círculo de raio $\sqrt{6}$. O perímetro do triângulo de vértice AEH é igual a:

- (A) $3[3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}]$ (B) $3[1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}]$
 (C) $3[1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3}]$ (D) $3[2 + \sqrt{2} + 3\sqrt{3}]$

(E) $3[1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}]$

17. Sabendo que o resultado de $12 \times 11 \times 10 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 + 14$ é divisível por 13. Qual o resto da divisão do número $13 \times 12 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ por 169?

- (A) 143 (B) 149 (C) 153 (D) 156 (E) 162

18. Dadas as afirmativas a seguir:

I) $x^5 - 1 = (x^2 - 1)(x + 1)(x - 1)$

II) $x^5 - 1 = (x - 1)\left(x^2 + \frac{1 - \sqrt{5}}{2}x + 1\right)\left(x^2 + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}x + 1\right)$

III) $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

IV) $x^5 - 1 = (x^3 + 1)(x^2 - 1)$

V) $x^5 - 1 = (x - 1)(x + 1)(x - 1)(x + 1)(x - 1)$

Quantas são verdadeiras:

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19. Um comerciante aumentou o preço de uma mercadoria em 25%. Contudo a procura por essa mercadoria continuou grande. Então ele fez um novo aumento de 10%. Como o preço ficou muito alto, a mercadoria encalhou e, além disso, o prazo de validade estava vencendo. Finalmente fez um desconto para que o preço volta-se ao valor inicial. Este último desconto:

- (A) foi de 35% (B) ficou entre 30% e 35%
 (C) ficou entre 27% e 28% (D) foi de 25%
 (E) ficou entre 22% e 25%

20. Dadas as operações:

$x * y = x + y$; $x \neq y = x - y$ e $x \Delta y = x^y$, o valor da expressão:

$$[2 * (8 \neq 12)] * \{[(3 * 2) \neq 5] \Delta [10 * (2 \neq (4 \Delta 2))]\}$$

- (A) Não é um número real (B) é igual a -1
 (C) é igual a -2 (D) é igual a -3
 (E) é igual a -4

Gabarito

1. E
2. D
3. C
4. D
5. C
6. C
7. Nula
8. D
9. A
10. D
11. A
12. D
13. E
14. E
15. E
16. B
17. D
18. B
19. C
20. A