Colégio Naval
Matemática - 1985

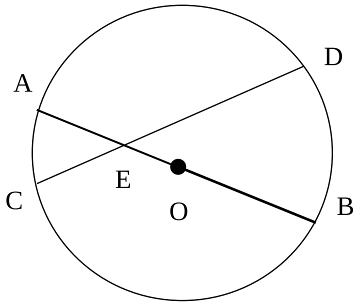
1. Uma grandeza **X** é diretamente proporcional às grandezas **P** e **T** e inversamente proporcional ao quadrado da grandeza **w**. Se aumentarem **P** de 60% do seu valor e diminuirmos **T** de 10% do seu valor, para que a grandeza **X** não se altere, devemos:
(A) diminuirmos **w** de 35% do seu valor;
(B) diminuirmos **w** de 20% do seu valor;
(C) aumentar **w** de 25% do seu valor;
(D) aumentar **w** de 35% do seu valor;
(E) aumentar **w** de 20% do seu valor;

2. No sistema:
$$\begin{cases} x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 8 \\ (x^2 - y^2)(x^2 - 2xy + y^2) = 12, \end{cases}$$
a soma dos valores de x e y é:
(A) 1 (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

3. A soma das raízes da equação:
$x^2 - 6x + 9 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6}$
(A) 6 (B) –12 (C) 12 (D) 0 (E) –6

4.Simplificando a expressão:
$$\sqrt[n]{\frac{600}{25^{n+2} - 5^{2n+2}}}$$
para **n** $\in$ N = { 0; 1}, temos:
(A) 5 (B) 5^{-1} (C) 5^{-2} (D) 5^2 (E) 5^0

5. Na figura, o diâmetro $\overline{AB}$ mede $8\sqrt{3}$ cm e a corda CD forma um ângulo de 30º com $\overline{AB}$. Se **E** é ponto médio de $\overline{AO}$, onde **O** é o centro do circulo, a área da região hachurada mede:
(A) $(8\pi - 3\sqrt{3})\,cm^2$
(B) $(10\pi + \sqrt{13})\,cm^2$
(C) $(18\pi + 2\sqrt{3})\,cm^2$
(D) $(27\pi - 3\sqrt{2})\,cm^2$
(E) $(8\pi + 3\sqrt{3})\,cm^2$



6. As retas $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ são tangentes a circunferência de raio R nos pontos A e B respectivamente. Se $\overline{PA}$ = 3x e **x** é a distância do ponto A à reta $\overline{PB}$, então R é igual a:
(A) $3(3 - 2\sqrt{2})\,x$ (B) $3(3 + 2\sqrt{2})\,x$ (C) 3x
(D) $2(2 + 3\sqrt{3})\,x$ (E) x

7. A secante (r) à uma circunferência de 5 cm de raio determina uma corda AB de $8\sqrt{2}$ cm de comprimento. a reta (s) é paralela a (r) e tangência a circunferência no menor arco AB. A distância entre (r) e (s) é de:
(A) 6 cm (B) 10 cm (C) 5 cm
(D) 4 cm (E) 7 cm

8. A equação $k^2x - kx = k^2 - 2k - 8 + 12x$ é impossível para:
(A) um valor positivo de k;
(B) um valor negativo de K;
(C) 3 valores distintos de k;
(D) dois valores distintos de k;
(E) nenhum valor de k.

9. Num colégio verificou-se que 120 alunos não têm pai professor; 130 alunos não têm mãe professora e 5 têm pai e mãe professores. Qual o número de alunos do colégio, sabendo-se que 55 alunos possuem pelo menos um dos pais professor e que não existem alunos irmãos?
(A) 125 (B) 135 (C) 145
(D)155 (E) 165

10. Seja um número N = $(10.000)^{(-2)^{(-2)}}$, o número de divisores positivos de N é:
(A) 6 (B) 13 (C) 15 (D) 4 (E) 2

11. A, B e C são respectivamente os conjuntos dos múltiplos de 8, 6 e 12, podemos afirmar que o conjunto A $\cap$ (B $\cup$C) é o conjunto dos múltiplos de:
(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 48 (E) 36

12. Sendo P > 3, podemos afirmar que o trinômio
$y = 2x^2 - 6x - P$:
(A) se anula para dois valores positivos de **x;**
(B) se anula para valores de **x** de sinais contrários;
(C) se anula para dois valores negativos de **x;**
(D) não se anula para valor de **x** real;
(E) tem extremo positivo.

13. Sabendo que 3x – y – 10z = 0 e que x + 2y – z = 0, o valor de $\frac{x^3 + x^2y}{xy^2 - z^3}$, sendo $z \neq 0$, é:
(A) 18 (B) 9 (C) 6 (D) 1 (E) 0

14. Efetuando o produto
$(x + 1)\,(x^{100} - x^{99} + x^{98} - x^{97} + ... + x^2 - x + 1)$, encontramos:
(A) $x^{100} - 1$ (B) $x^{200} + 1$ (C) $x^{101} + x^{50} - 1$
(D) $2x^{100} + 2$ (E) $x^{101} + 1$

15. A soma dos valores inteiros de **x**, no intervalo $-10 < x < 10$, e que satisfazem à inequação $(x^2 + 4x + 4)(x + 1) \leq x^2 - 4$ é:

(A) 42 (B) 54 (C) –54
(D) –42 (E) –44

16. Um triângulo ABC está inscrito em um circulo e o arco BC mede 100º. Calcular a medida do ângulo $B\hat{E}C$, sendo **E** o ponto de intersecção da bissetriz externa relativa a $\hat{B}$ com o prolongamento do segmento $\overline{CM}$, onde M é o ponto médio do arco menor AB.
(A) 15º (B) 25º (C) 20º (D) 40º (E) 50º

17. Seja $P(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 2$ e $Q(x) = x^2 - 3x + 1$; se $P(x) \div Q(x)$ determina um quociente $Q'(x)$ e o resto $R(x)$, o valor de $Q'(0) + R(1)$ é:
(A) 0 (B) 28 (C) 25 (D) 17 (E) 18

18. A roda de um veículo tem 50 cm de diâmetro. Este móvel, em velocidade constante, completa 10 voltas em cada segundo, com um gasto de um litro de combustível por 10 km rodados. Sabendo-se que o veículo fez uma viagem de 6h, o número que mais se aproxima da quantidade de litros gastos na viagem é:
(A) 52 (B) 40 (C) 30 (D) 34 (E) 20

19. O resto da divisão por 11 do resultado da expressão:
$$1211^{20} + 9119^{32} \times 343^{26}, \text{ é}$$
(A) 9 (B) 1(C) 10 (D) 6(E) 7

20. Num triângulo ABC de lado $\overline{AC}$ de medida 6 cm, traça-se a ceviana $\overline{AD}$ divide internamente o lado $\overline{BC}$ nos segmentos $\overline{BD}$ de medida 5 cm e $\overline{DC}$ de medida 4 cm. Se o ângulo $\hat{B}$ mede 20º e o ângulo $\hat{C}$ mede 85º, então o ângulo $B\hat{A}D$ mede:
(A) 65º (B) 55º (C) 75º (D) 45º (E) 35º

21. Calcule a diferença y – x, de forma que o número $2^x \cdot 3^4 \cdot 26^y$ possa ser expresso como uma potência de base 39.
(A) 8 (B) 0 (C) 4 (D) 2 (E) 3

22. Um trapézio é obtido cortando-se um triângulo escaleno de área S por uma reta paralela a um dos lados do triângulo que passa pelo baricentro do mesmo. A área do trapézio é:
(A) $\frac{5}{9}S$ (B) $\frac{4}{9}S$ (C) $\frac{2}{3}S$ (D) $\frac{1}{3}S$ (E) $\frac{1}{2}S$

23. Num triângulo ABC, a medida do lado $\overline{AB}$ é o dobro da medida do lado $\overline{AC}$. Traça-se a mediana $\overline{AM}$ e a bissetriz $\overline{AD}$ (M e D pertencentes a $\overline{BC}$). Se a área do triângulo ABC é S, então a área do triângulo AMD é:
(A) $\frac{S}{3}$ (B) $\frac{S}{4}$ (C) $\frac{S}{6}$ (D) $\frac{3S}{8}$ (E) $\frac{S}{12}$

24. Associando-se os conceitos da coluna da esquerda com as fórmulas da coluna da direita, sendo **a** e **b** números inteiros positivos quaisquer, têm-se:

I- media harmônica dos números **a** e **b**;	a) $\sqrt{a.b}$
II- media ponderada dos números **a** e **b**;	b) $\frac{a}{b}$
III- a media proporcional entre os números **a** e **b**	c) $\frac{a.b}{2}$
IV- o produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum de **a** e **b**;	d) $\frac{2ab}{a+b}$
V- a média aritmética simples entre **a** e **b**.	e) a **.** b

(A) (I; b); (II; c); (IV; e)
(B) (II; c); (III; a); (IV; e)
(C) (I; d); (II; c); (V; b)
(D) (III; a); (IV; e); (V; b)
(E) (I; d); (III; a); (IV; e)

25. O valor de **a**, para que a soma dos quadrados das raízes da equação $x^2 + (2 - a)x - a - 3 = 0$ seja mínima, é:
(A) 1 (B) 9 (C) $\sqrt{2}$ (D) –1 (E) -9

Gabarito

1. D
2. E
3. C
4. C
5. E
6. A
7. D
8. B
9. D
10. D
11. C
12. B
13. B
14. E
15. E
16. B
17. B
18. D
19. B
20. *
21. A
22. A
23. C
24. E
25. A

* Questão Anulada.